РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ЗА УПИС НА САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ 3 . 7. 2001.

I Ако је $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$, онда је $f(f(0{,}125))$ једнако -8.

II Ако је $a=-1{,}25$, тада израз $\left[\frac{1}{a-2}-\frac{a}{(a-1)^2+3}\right]:\left[\frac{1-a^2}{a^3+8}+\frac{1+a}{a^2-4}\right]$ има вредност -16.

III Роба је поскупела за 25%. Да би поново имала стару цену треба да појефтини за 20%.

IV Ако је i имагинарна јединица и $z=\frac{(1+i)^{12}}{i^{2001}+2}$, онда је модуо комплексног броја z, $|z|$, једнак $\frac{64}{\sqrt{5}}$.,

V Ако је P пресечна тачка правих $2x+y-1=0$ и $x-y+4=0$, онда је њено растојање од праве $x+2y=0$ једнако $\sqrt{5}$.

VI Вредност израза $\left(1+\log_{\sqrt[5]{81}}\frac{1}{3}\right)\cdot\left(5^{-2\log_{\frac{1}{5}}5}+4^{\frac{1}{\log_{25}16}}-2\right)$ једнака је -7.

VII Први чланови геометријске прогресије и строго растуће аритметичке прогресије једнаки су 2. Трећи чланови тих прогресија такође су једнаки. Ако је други члан аритметичке прогресије за 4 већи од другог члана геометријске прогресије, онда је збир њихових четвртих чланова једнак 80.

VIII Целобројних вредности параметра a за које је неједнакост $(5-a^2)x^2+2(a-\sqrt{5})x+a+1>0$ задовољена за сваки реалан број x има две.

IX Четвороцифрених природних бројева дељивих са 5 чије су све цифре међусобно различите има 952.

X Збир свих целих бројева m за које једначина $m(mx-3)=2(3+2x)$ има бар једно реално решење $x=x_0$, $x_0\ge 1$ је 10.

XI У скупу реалних бројева једначина $\sqrt{4x+5}-\sqrt{2x-1}=\sqrt{x-1}$ има само једно решење.

XII Вредност израза $\cos^4\frac{7\pi}{12}+\sin^4\frac{5\pi}{12}$ је $\frac{7}{8}$.

XIII У троуглу ABC угао код темена C је 60^o, $AC=5$ и $BC=7$. Производ синуса углова код темена A и B је $\frac{35}{52}$.

XIV Ако је полином $P(x)=x^5-x^4+10x^3+bx^2-28x+c$ дељив полиномима $Q(x)=x+1$ и $R(x)=x-2$, онда b и c припадају скупу $\{-8,5,1\}$.

XV Дате су функције: $f_1(x)=\frac{4x}{|x|}$, $f_2(x)=\frac{4}{x}\ln e^x$, $f_3(x)=\frac{(\sqrt{4x})^2}{x}$ и $f_4(x)=2^{\frac{2(x-1)}{x}+\frac{2}{x}}$. Тачан је исказ

$f_1\ne f_2=f_4\ne f_3$.

XVI Збир свих реалних решења једначине $(3+2\sqrt{2})^{2(x^2-7x+10)}+1=6(3+2\sqrt{2})^{x^2-7x+10}$ једнак је 14.

XVII Целих бројева из интервала $[-20,20]$ за које је дефинисана функција $f(x)=\sqrt{1-\frac{|3x-4|+x}{x^2-3x+2}}$ има 35.

XVIII Збир свих решења једначине $\sqrt{2}(\cos^3 x-\sin^3 x)\left(1+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right)=(2+\sin 2x)^2$ која припадају интервалу $[-2\pi,2\pi]$ је $\frac{3\pi}{2}$.

XIX Нека је S скуп свих решења неједначине $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_{x^2-2x+1}x^2\right)\ge 0$. Тада за неке реалне бројеве a,b,c и d, $a<b<c<d$, скуп S је облика $(-\infty,a)\cup[b,c)$.

XX У пирамиди $ABCD$ међусобно нормалне стране ABC и ABD су једнакостранични троуглови. Ако је $AB=2$, тада је површина те пирамиде једнака $2\sqrt{3}+\sqrt{15}$.