РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ ЗА УПИС НА САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ 29. 6. 2004.

1. Права која садржи тачку $M(4,2)$ и нормална је на праву $5x+9y-12=0$ је $-9x+5y+26=0$.

2. За $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $b=\sqrt{2}$ израз $\frac{(a-b)^2+3ab}{a^3-b^3}:\frac{a^2b+ab^2-ab}{a^2-b^2-a+b}$ има вредност 1.

3. Вредност израза $(32)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-11}+\left(\frac{1}{1+\sqrt{5}}+\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^{-1}+(0,5:1,25)^{-1}$ је $\frac{5}{2}$.

4. Роба је у току године поскупела три пута, сваки пут за по 20%. Њена цена на крају године већа је од цене на почетку године за $72,8\%$.

5. Вредност израза $\frac{tg10^o\cdot sin\,80^o}{\sqrt{3}tg10^o-1}$ је $-\frac{1}{4}$.

6. Ако је $log_3 7=a$ и $log_7 2=b$, онда је $log_7 72=\frac{2+3ab}{a}$.

7. Ако је i имагинарна јединица и $z=\frac{(1-i)^6}{i^{1001}+2}$, онда је модул комплексног броја z, $|z|=\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

8. Збир прва три члана растуће геометријске прогресије је 105. Ако је други члан те прогресије једнак 20, онда је њен први члан 5.

9. Једначина $\sqrt{2x-3}=\sqrt{x-2}-\sqrt{x-3}$ нема реалних решења.

10. Број међусобно различитих вредности реалног параметра k за које једначина $kx^2-2(k+3)x+k+4=0$ има тачно једно решење је 2.

11. Ако је број 3 остатак при дељењу полинома $P(x)=x^5+6x^3+12x^2+ax+b$ полиномом $Q(x)=x^2+x-2$, онда је $a+3b=-14$.

12. Парних четвороцифрених бројева чије су све цифре међусобно различите има $8\cdot7\cdot41$.

13. Производ свих целобројних вредности параметра m таквих да решења x_1 и x_2 једначине $x^2+2(m+1)x+m=0$ буду реална и да задовољавају услов $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}\geq 8$ је 2.

14. Збир свих реалних решења једначине $(7+4\sqrt{3})^{x^2-3x+3}+(7-4\sqrt{3})^{x^2-3x+3}-14=0$ је 3.

15. Ако за странице троугла a,b и c важи $a-b=5cm, c=7cm$ и ако је угао наспрам странице c једнак 60^o, онда је $a+b=11cm$.

16. Дате су функције: $f_1(x)=(\sqrt{x})^2$, $f_2(x)=\sqrt{x^2}$, $f_3(x)=\sqrt{\frac{x^3-x^2}{x-1}}$ и $f_4(x)=\frac{1}{x}e^{ln\,x^2}$. Тачан је исказ: Међу датим функцијама нема међусобно једнаких.

17. У дату лопту полупречника R уписана је права купа са омотачем максималне површине. Површина омотача те купе је $\frac{8\sqrt{3}R^2\pi}{9}$.

18. Ако је S скуп свих реалних решења неједначине $log_{x+3}(x^2-5)\geq log_{x+3}(3|x|-1)$, тада за неке реалне бројеве a,b,c и d, $a<b<c<d$, скуп S је облика $(a,b)\cup[c,+\infty)$.

19. Равни једнакокраких правоуглих троуглова ABD и ABC су међусобно нормалне. Ако је заједничка хипотенуза ова два троугла $AB=2a\sqrt{2}\ cm$, онда је $2a^2(2+\sqrt{3})cm^2$ површина пирамиде $ABCD$.

20. Број решења једначине $\frac{1}{\sqrt{x-2\pi}}\left(1+ctgx+\frac{1}{sin\,x}\right)\left(1+ctgx-\frac{1}{sin\,x}\right)=\frac{2}{\sqrt{x-2\pi}}$ на $\left[\frac{\pi}{2},8\pi\right]$ је 6.